

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

1. Να γίνει η σύνθεση  $(f \circ g)(x)$  των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2} - 1, & x > 0 \end{cases}$$

2. Να βρεθεί η αντίστροφη της  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x - 1) - 2$

- a. Να αποδειχθεί ότι η  $f(x)$  είναι 1-1
- b. Να ορισθεί η  $f^{-1}(x)$

4. i. Αποδείξτε ότι αν  $f$  γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\Delta$  και  $g$  γνησίως φθίνουσα στο  $f(\Delta)$ , τότε η σύνθεση της  $f$  με την  $g$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .
- ii. Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία η συνάρτηση  $g(x) = -x^3 - x + 1$  στο  $[-1, 1]$
- iii. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία η  $h(x) = -\sin^3 x - \sin x + 1$  στο  $[0, \pi]$ .
5. i. Αν η συνάρτηση  $f$  έχει τουλάχιστον δύο ρίζες στο διάστημα  $\Delta$ , να αποδείξετε ότι η  $f$  δεν είναι γνησίως μονότονη.
- ii. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}e^x - e^x - \sqrt{x} + 1$  δεν είναι γνησίως μονότονη στο  $[0, +\infty)$ .